

**UAK-2016**  
**20. ULUSAL ASTRONOMI KONGRESİ ERZURUM**  
**5-9 EYLÜL 2016**

# Genel Göreliliğin Modifikasyonları: Karanlık Madde ve Karanlık Enerji

Ali Nur Nurbaki, Salvatore Capozziello,  
Cemsinan Deliduman, Talat Saygıaç

# GENEL GÖRELİLİK

- Einstein denklemleri

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}.$$

- Güneş sistemi ölçeğinde yüksek hassasiyet ( $\sim 10^{-14}$ )
- Galaksi ve galaksi kümesi ölçeğinde karanlık madde terimi
- Kozmolojik ölçekte kozmolojik sabit terimi

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$



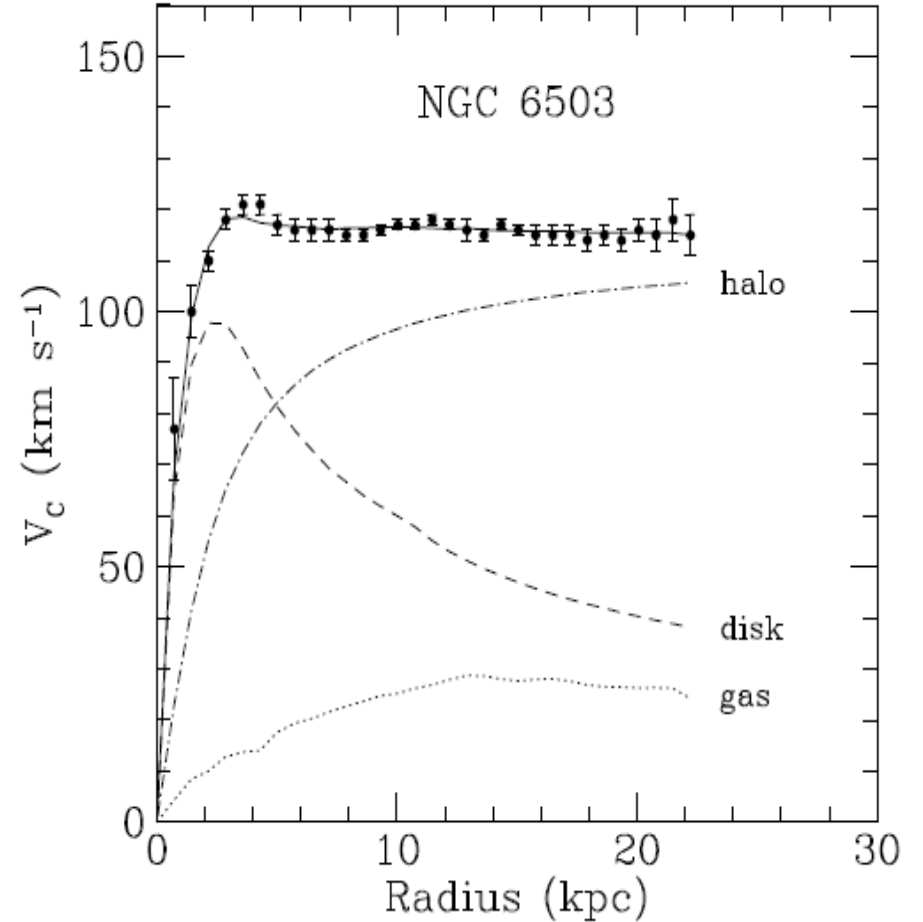
# KOZMİK İVMELENME

- Perlmutter, Riess, 1999 SN1 a gözlemleri geleneksel göreliliğin dışında sonuçlar ortaya koymuştur. Bu sonuçlar farklı şekillerde yorumlanmaktadır:
  1. Bir  $\Lambda$  kozmolojik sabiti.
  2. Evrenin toplam enerjisinin çoğunluğunu teşkil eden karanlık enerji.
  3. Görelilik teorisinde modifikasyon gerekliliği.

# KARANLIK MADDE

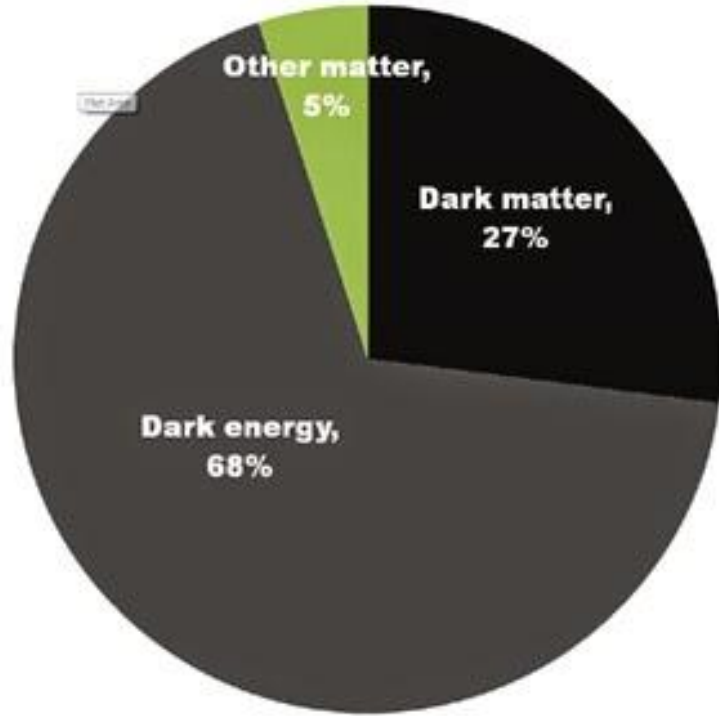
- Galaksilerin dönüş eğrileri
- Galaksi kümesi gözlemleri
- Kütle çekimsel mercek

Evrendeki kütleinin gözlendiđinden çok daha fazla olması gerekliliđini göstermiőtir.



# KARANLIK MADDE

Evrenin madde-enerji içeriđi



Karanlık madde adayları:

- WIMP
- MACHO
- CDM
- HDM

# GENELLEŐTİRİLMİŐ KÜTLEÇEKİMİ

Genel Görelilik kuramını, genel yapısını bozmadan Őu Şekillerde genellemek mümkündür:

- i. Lagrangian'a skaler alan eklemek (skaler-tensör teorileri)
- ii. Teoriye ekstra boyut(lar) eklemek (Kaluza-Klein tipi teoriler)
- iii. Lagrangian'a yüksek dereceden eğrilik terimleri eklemek. ( $f(R)$ ,  $f(R,T)$ ,  $f(G)$ , vs)

# MOTİVASYON KAYNAKLARI

## Gözlemsel

- Kozmik ivmelenme
- Karanlık madde

## Teorik

- Kuantum kütle çekimi
- Birleşik Alan Teorileri

# MODİFİYE KÜTLEÇEKİMİ

- Metrik  $f(R)$
- Palatini  $f(R)$
- Metrik afin  $f(R)$
- $f(T)$ ,  $f(G)$  gibi farklı geometrik invariantların fonksiyonları
- Daha genel yapılar ( $f(R, T, G)$ )



# YAŞAYABİLİRLİK KOŞULLARI

- Doğru kozmolojik dinamikleri öngörmeli
- Kararsızlık ve hayalet alanları olmamalı
- Newtonian ve post-Newtonian limitinde gözlemlerle uyumlu olmalı
- Cauchy problemi iyi tanımlanmış olmalı

# $f(R)$ , KARANLIK ENERJİ ve KARANLIK MADDE

- $f(R)$  teorisinin eylem integrali

$$S_{met} = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_M$$

- Alan denklemleri

$$f'(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - [\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square] f'(R) = \kappa T_{\mu\nu}$$

# $f(R)$ , KARANLIK ENERJİ ve KARANLIK MADDE

- Klasik Einstein denklemleri cinsinden yazılabilir.

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = T_{\alpha\beta}^{curv} + T_{\alpha\beta}^M/f'(R)$$

- Eğrilik stres-enerji tensörü şu şekilde tanımlanır:

$$T_{\alpha\beta}^{curv} = \frac{1}{f'(R)} \left\{ \frac{1}{2}g_{\alpha\beta} [f(R) - Rf'(R)] + f'(R)^{;\mu\nu} (g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}) \right\}$$

# $f(R)$ , KARANLIK ENERJİ ve KARANLIK MADDE

- Kozmolojik ölçekte enerji yoğunluğu ve hal denklemi

$$\rho_{curv} = \frac{1}{f'(R)} \left\{ \frac{1}{2} [f(R) - Rf'(R)] - 3H\dot{R}f''(R) \right\}$$

$$w_{curv} = -1 + \frac{\ddot{R}f''(R) + \dot{R} [\dot{R}f'''(R) - Hf''(R)]}{[f(R) - Rf'(R)]/2 - 3H\dot{R}f''(R)}.$$

- Olup  $f(R) = f_0R^n$  durumu için SN1 a gözlemleri ile uyumlu  $1.366 < n < 1.376$  değeri elde edilmiştir.  
[Capozziello, Cardone, Carloni, Troisi, 2003]

# $f(R)$ , KARANLIK ENERJİ ve KARANLIK MADDE

- Astrofiziksel ölçekte  $f(R) = f_0 R^n$  durumu için Newton potansiteli şu şekilde modifiye edilir:

$$\Phi(r) = -\frac{Gm}{r} \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_c} \right)^\beta \right]$$

$$\beta = \frac{12n^2 - 7n - 1 - \sqrt{36n^4 + 12n^3 - 83n^2 + 50n + 1}}{6n^2 + 4n - 2}$$

- Galaksi dönüş eğrilerinden elde edilen best fit değeri  $1.34 < n < 2.41$  dir. [Capozziello, Cardone, Troisi, 2006]

# WEYL KÜTLE ÇEKİMİ ve KARANLIK MADDE

- Weyl kütle çekimi eylem integrali:

$$S = \frac{M_P^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + 2\tilde{\alpha} C_{\mu\nu\rho\sigma} C^{\mu\nu\rho\sigma}]$$

- Galaktik dönüş eğrileri iç kısımlarda Einsein-Hilbert, **r=2.2 r<sub>0</sub>**'dan itibaren dış bölgelerde Weyl terimlerinin baskınlığı ile karanlık madde terimleri olmaksızın ifade edilebilmektedirler (r<sub>0</sub> , galaksiye bağlı bir ölçek) (Deliduman C., Kaşıkçı O, Yapışkan B., 2015)

# G.G.T.E ve F(T) TEORİSİ

- Lagrangian ve eylem integrali

$$\mathcal{L} = T \equiv \frac{1}{4} T^{\rho\mu\nu} T_{\rho\mu\nu} + \frac{1}{2} T^{\rho\mu\nu} T_{\nu\mu\rho} - T_{\rho\mu}{}^{\rho} T^{\nu\mu}{}_{\nu}$$

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x e (T + \mathcal{L}_m)$$

- GG Lagrangian'ı ile farkı bir 4-diverjans terimidir. Bu bir lokal Lorentz dönüşümüne tekabül eder. Dolayısı ile iki teori eşdeğerdir.

$$-e R[\mathbf{e}_a] = e T - 2 \partial_{\rho}(e T^{\mu}{}_{\mu}{}^{\rho})$$

# G.G.T.E ve F(T) TEORİSİ

- GG ile GGTE arasındaki eşdeğerlik  $f(R)$  ile  $f(T)$  için geçerli değildir.

$$e f(T) \longrightarrow e f(T + \text{four-divergence})$$

- $f(T)$  teorisinde lokal Lorentz invariansı yoktur.
- Alan denklemleri

$$4 e^{-1} \partial_{\mu} (e e_a^{\lambda} S_{\lambda}^{\mu\nu} f'(T)) + 4 e_a^{\lambda} T^{\rho}_{\mu\lambda} S_{\rho}^{\mu\nu} f'(T) - e_a^{\nu} f(T) = -2\kappa e_a^{\lambda} T_{\lambda}^{\nu}$$



# F(T) TEORİSİ

- F(T) teorisi ilk olarak erken evren enflasyonunu açıklamak üzere ortaya atılmıştır. [Ferraro R., Fiorini F.,2007]
- Daha sonra bu teori ile kozmik ivmelenmenin de açıklanabildiği görülmüştür.[Linder E.V., 2010]
- Galaktik karanlık madde de f(T) etkisi olarak ifade edilmiştir. [Rahaman F., ve diğerleri,2013]
- Bu özellikleri sayesinde özellikle modifiye kütle çekimi çalışan camiada popüler olmuştur.

# F(T) TEORİSİ

## Avantajları

- Kozmik ivmelenme ,enflasyon karanlık madde gibi kavramları geometrik yapısı ile açıklayabilme
- 2. derece denklemler

## Dezavantajları

- Genel anlamda lokal Lorentz invariant değil.
- Tetrad seçimi önemli

# SONUÇ VE TARTIŞMA

- $f(R)$ ,  $f(T)$  vb. yüksek eğrilik terimi içeren kütle çekim kuramları özellikle gözlemsel motivasyonlu modifikasyonlar göz önüne alındığında oldukça başarılıdırlar.
- Gerek karanlık madde gerekse karanlık enerji gibi formu bilinemeyen egzotik kaynak terimleri kullanmak yerine geometrinin modifiye edilmesi fikri gün geçtikçe daha çok rağbet görmektedir.
- Bu teorilerin en önemli eksiği fonksiyonel formun belirsizliği ve teorik motivasyonların gerekçelerini karşılayabilme durumlarının bilinmeyişi.

TEŞEKKÜRLER